



# A MATEMATIKAI TUDÁS ONLINE DIAGNOSZTIKUS ÉRTÉKELÉSÉNEK TARTALMI KERETEI

*Szerkesztette:*

*Csapó Benő • Csíkos Csaba • Molnár Gyöngyvér*

OKTATÁSKUTATÓ ÉS FEJLESZTŐ INTÉZET



A matematikai tudás online diagnosztikus értékelésének tartalmi keretei



# **A MATEMATIKAI TUDÁS ONLINE DIAGNOSZTIKUS ÉRTÉKELÉSÉNEK TARTALMI KERETEI**

Szerkesztette  
Csapó Benő, Csíkos Csaba és Molnár Gyöngyvér

Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet  
Budapest



Diagnosztikus mérések fejlesztése  
Projektazonosító: TÁMOP 3.1.9-11/1-2012-0001



**Európai Unió**  
Európai Szociális  
Alap



**BEFEKTETÉS A JÖVŐBE**

Szerzők:

Ambrus Gabriella, Csapó Benő, Csíkos Csaba, Józsa Krisztián, Lajos Józsefné,  
Makara Ágnes, Molnár Gyöngyvér, Szitányi Judit, Zsinkó Erzsébet

A kötet fejezeteit lektorálta:

András Szilárd, Kelemen Rita, Kosztolányi József, Vancsó Ödön

© Ambrus Gabriella, Csapó Benő, Csíkos Csaba, Józsa Krisztián, Lajos Józsefné,  
Makara Ágnes, Molnár Gyöngyvér, Szitányi Judit, Zsinkó Erzsébet,  
Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet, 2015

ISBN 978-963-19-7936-7

Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet  
1143 Budapest, Szobránc utca 6–8.  
Tel.: (+36-1) 235-5508  
Fax: (+36-1) 235-7202

A kiadásért felel: dr. Kaposi József főigazgató  
Felelős szerkesztő: Simonyi Kata  
Műszaki szerkesztő: Kóródiné Cukás Márta  
Nyomdai előkészítés: Karácsony Orsolya  
Raktári szám: NT-42701  
Terjedelem: 25,38 (A/5) ív  
Első kiadás, 2015.

Nyomda: Duna-Mix Kft., Vác  
Felelős vezető: Szakolczai Lóránt ügyvezető igazgató

*Matematyka jest najpiękniejszym i najpotężniejszym tworem  
ducha ludzkiego.*

*A matematika az emberi szellem legszebb  
és leghatalmasabb alkotása.*

*Stefan Banach*



# Tartalom

<b>Bevezetés (Csapó Benő, Csikos Csaba és Molnár Gyöngyvér) .....</b>	<b>11</b>
1. <i>Csikos Csaba, Molnár Gyöngyvér és Csapó Benő:</i> <b>A matematika online diagnosztikus mérések tartalmi kereteinek elméleti alapjai .....</b>	<b>15</b>
1.1. Fejlemények a matematikatanítás kutatásában.....	16
1.2. A hazai neveléstudományi és matematikadidaktikai hagyományok.....	17
1.3. Feladatírói munka számítógép-alapú környezetben .....	18
1.4. A számítógépes tesztelési környezet.....	24
1.5. Irodalom.....	27
2. <i>Csikos Csaba, Józsa Krisztián, Lajos Józsefné, Szitányi Judit és Zsinkó Erzsébet:</i> <b>A matematikai gondolkodás diagnosztikus értékelése .....</b>	<b>29</b>
2.1. Az 1–2. évfolyam részletes értékelési keretei.....	35
2.1.1. Számok, műveletek, algebra .....	35
2.1.2. Relációk, függvények .....	43
2.1.3. Geometria .....	48
2.1.4. Kombinatorika, valószínűségszámítás, statisztika.....	53
2.2. A 3–4. évfolyam részletes értékelési keretei.....	58
2.2.1. Számok, műveletek, algebra .....	58
2.2.2. Relációk, függvények .....	65
2.2.3. Geometria .....	74
2.2.4. Kombinatorika, valószínűségszámítás, statisztika.....	76

2.3. Az 5–6. évfolyam részletes értékelési keretei.....	82
2.3.1. Számok, műveletek, algebra.....	82
2.3.2. Relációk, függvények.....	90
2.3.3. Geometria.....	95
2.3.4. Kombinatorika, valószínűség számítás, statisztika.....	99
2.4. Irodalom.....	102
3. <i>Ambrus Gabriella, Csikos Csaba, Makara Ágnes, Sztányi Judit és Zsinkó Erzsébet:</i>	
<b>A matematikai tudás alkalmazásának diagnosztikus értékelése.....</b>	<b>105</b>
3.1. Az 1–2. évfolyam részletes értékelési keretei.....	112
3.1.1. Számok, műveletek, algebra.....	112
3.1.2. Relációk, függvények.....	120
3.1.3. Geometria.....	124
3.1.4. Kombinatorika, valószínűség számítás, statisztika.....	130
3.2. A 3–4. évfolyam részletes értékelési keretei.....	133
3.2.1. Számok, műveletek, algebra.....	133
3.2.2. Relációk, függvények.....	145
3.2.3. Geometria.....	150
3.2.4. Kombinatorika, valószínűség számítás, statisztika.....	158
3.3. Az 5–6. évfolyam részletes értékelési keretei.....	164
3.3.1. Számok, műveletek, algebra.....	164
3.3.2. Relációk, függvények.....	169
3.3.3. Geometria.....	174
3.3.4. Kombinatorika, valószínűség számítás, statisztika.....	184
3.4. Irodalom.....	189

4. *Csíkos Csaba, Lajos Józsefné, Makara Ágnes, Sztányi Judit  
és Zsinkó Erzsébet:*

**A matematikatudás tartalmi területei a diagnosztikus**

**értékelés szempontjából .....191**

4.1. Az 1–2. évfolyam részletes értékelési keretei.....	196
4.1.1. Számok, műveletek, algebra .....	196
4.1.2. Relációk, függvények .....	208
4.1.3. Geometria .....	211
4.1.4. Kombinatorika, valószínűség számítás, statisztika.....	224
4.2. A 3–4. évfolyam részletes értékelési keretei.....	230
4.2.1. Számok, műveletek, algebra .....	230
4.2.2. Relációk, függvények .....	238
4.2.3. Geometria .....	242
4.2.4. Kombinatorika, valószínűség számítás, statisztika.....	249
4.3. Az 5–6. évfolyam részletes értékelési keretei.....	253
4.3.1. Számok, műveletek, algebra .....	253
4.3.2. Relációk, függvények .....	261
4.3.3. Geometria .....	265
4.3.4. Kombinatorika, valószínűség számítás, statisztika.....	276
4.4. Irodalom.....	280

**A kötet szerzői .....281**



## Bevezetés

A diagnosztikus értékelési program alapvető célja egy olyan online mérési rendszer kidolgozása, amely lehetővé teszi, hogy a tanulók fejlődését az iskolába lépéstől a hatodik évfolyam végéig követhessük. A részletes feladatrendszer három fő területre, az olvasásra, a matematikára és a természettudományra terjed ki, azokra az ismeretekre, készségekre és képességekre, amelyek a későbbi iskolai és iskolán túli tanulás sikerességét alapvetően meghatározzák. Az olvasás-szövegértés, a matematika és a természettudomány alkotják a nemzetközi felmérési programok fő területeit is. Ebben a kötetben a matematika felmérésének tartalmi kereteit adjuk közre, egy hatéves munka eredményeként.

A diagnosztikus értékelés projekt második szakaszának egyik kiemelt feladata a mérések tartalmi kereteinek átdolgozása, felújítása volt. A fejlesztési program 2009-ben indult. Az első szakaszban viszonylag rövid idő alatt sok feladatot kellett egymással párhuzamosan megoldani. A technológiai lehetőségek felmérése a szakirodalom feldolgozásával és az elérhető rendszerek kipróbálásával kezdődött, majd végül megszületett a döntés egy teljesen új online platform kifejlesztésére. A technológiai alap felépítésével párhuzamosan – széles körű nemzetközi összefogással – kerestük a választ arra a kérdésre, mit lehet és mit érdemes felmérni az iskola kezdő szakaszában, feltéve, hogy egy gyakran alkalmazható, nagyon pontos mérőeszköz áll rendelkezésünkre. Mindemelllett, az idő szorításában, elkezdtük a feladatíró munkatársakat felkészíteni az új rendszerben létrehozandó feladatbank megalkotására. E felkészítésnek három komponense volt, egyrészt a méréselméleti-tesztszerkesztési tudás közvetítése, másrészt a technológiai készségek fejlesztése, harmadrészt pedig mérendő területek tartalmával kapcsolatos szakmai, tantárgy-pedagógiai tudás felfrissítése. Ebben a különböző folyamatok közötti szoros interakcióban született meg



a mérendő területeket definiáló, a tesztek és feladatok tartalmát részletesen leíró dokumentumok első változata.

A párhuzamosan végzett feladatmegoldásnak és a különböző munkacsoportok közötti együttműködésnek sok előnye volt, és a tartalmi kereteket kidolgozó teamek is hasznosíthatták a technológiai fejlesztés terén elért eredményeket és a továbbképzések tapasztalatait is. Ugyanakkor az egyidejűség eltért a mérési rendszerek kidolgozásának egymásutániságra épülő hagyományos logikájától, mely szerint először elkészülnek a felmérések tartalmának leírásai, majd sor kerül azok feladatokká alakítására, tesztekkel való leképezésére. A mérések tartalmi keretei nem a feladatírást megelőzően, hanem az első fejlesztési szakasz végén jelentek meg, mintegy összegezve az e téren végzett munka tapasztalatait. A diagnosztikus értékelés tartalmának ilyen alapos és részletes leírása nemzetközi téren is újdonságnak számított, és annak érdekében, hogy az eredményeinket szélesebb körben is elérhetővé tegyük, a szakértők tágabb körét bekapcsolhassuk a további fejlesztésekbe, a köteteket angol nyelven is megjelentettük.

Korábbi kutatásaink és az elméleti elemzőmunka eredményeként arra a megfontolásra jutottunk, hogy a tanulók tudását három fő dimenzióban célszerű felmérni. Ennek megfelelően a matematika területén egyrészt leírtuk – elsősorban az érvényben levő tantervre támaszkodva –, hogy mit tanulnak a diákok az iskolában, milyen tananyag elsajátítását lehet közvetlenül felmérni (tartalmi, tantervi dimenzió). Másrészt a matematika tudásának nagyon sokféle alkalmazási lehetősége van, és a korábbi hazai, valamint nemzetközi felmérésekből is ismert, hogy tanulóink ezen a téren kevésbé jól teljesítenek. A tudás alkalmazása, átvitele új területekre nem automatikus, erre fel kell készíteni a tanulókat. Az e téren végzett fejlesztést a diagnosztikus értékeléssel is segíteni lehet (alkalmazás dimenzió). Harmadrészt az iskola alapvető célja a tanulók értelmi képességeinek kiművelése, ahol a matematika iskolai tanulása kiemelkedően fontos szerepet játszik. Ennek megfelelően a matematikai gondolkodás alakulása a diagnosztikus mérések harmadik dimenziója.

A tartalmi kereteket bemutató korábbi kötetek öt fejezetre tagolódtak. Az első három fejezet részletesen bemutatta az előzőekben felvázolt három dimenzió tudományos alapjait. Ezeket az elméleti kereteket további munkánk szempontjából is meghatározónak tartjuk. A negyedik fejezetek összefoglalták az elméleti fejezetek részletes tartalmi kereteket és a fel-

adatok kidolgozására vonatkozó következtetéseit, míg az ötödik fejezetek részletesen leírták a mérések tartalmát a három említett dimenzióban.

A projekt második szakaszának megkezdésekor helyreállt a feladatírás és tesztfejlesztés szokásos logikája. A feladatírók képzésére, a feladatok kidolgozására, a feladatbank felépítésére már az elméleti alapok és a mérendő tartalmak részletes leírásai alapján kerülhetett sor. Közben elkészült az új, saját fejlesztésű online platform is. Az új eDia platform és rendszer kihasználja a szoftvertechnológia legújabb eredményeit, és reflektál a széles körben elérhető információtechnológiai eszközök gyors változásaira is. A hétköznapi életben mind gyakoribbá válik a vezetékek nélküli mobil eszközök alkalmazása, az érintőképernyők használata, ami új lehetőségeket kínál a tesztfeladatok megalkotására is. A matematikához elkészült közel 7000 feladat már figyelembe vette ezeket a lehetőségeket is.

Az itt felvázolt folyamatokra, eredményekre és tapasztalatokra építve készült el a matematika online diagnosztikus felmérések tartalmi kereteinek újabb változata. Ebben a kötetben a mérések tartalmának részletesebb leírása áll a középpontban. Egy-egy fejezet foglalkozik a felmérések három dimenziójával, külön-külön bemutatva a gondolkodás, az alkalmazás és a tantervi tartalom terén végezhető mérések részletes leírásait. Az egyes mérési dimenziók tartalmának részletes meghatározása már egyértelműen a technológiai mérések lehetőségeit veszi alapul. Az illusztrációk, feladatvázlatok egyaránt az online rendszerből származnak.

A korábbihoz hasonlóan ez a kötet is a fejlesztési szakasz végére készült el, felhasználva annak minden lényeges eredményét. Ugyanakkor ezt a munkát nemcsak a korábbi munka lezárásnak, hanem egy újabb folyamat kezdetének is tekintjük. Az online rendszer minden fontosabb funkciója működik, és már közel ezer iskolában került sor a kipróbálására. A következő években lehetőség nyílik a rendszerszerű használatra, a tanulók fejlődésének követésére. A tartalmi kereteknek ez az újabb változata nem csupán megalapozza a feladatbank továbbfejlesztését, hanem tájékoztatja a mérések minden érintettjét is azok tartalmáról.

A kötet megszületésében a szerzőkön kívül számos további munkatársunknak szerepe volt, akiknek ezúton is köszönetet mondunk. Külön is köszönjük a feladatokat kidolgozó kollégák, továbbá a projektet irányító team, *Molnár Katalin*, *Kléner Judit* és *Túri Diána* munkáját.

*Csapó Benő, Csikos Csaba és Molnár Gyöngyvér*